



Laboratoire Ampère

Unité Mixte de Recherche CNRS

Génie Électrique, Électromagnétisme, Automatique, Microbiologie Environnementale et Applications

Stabilité

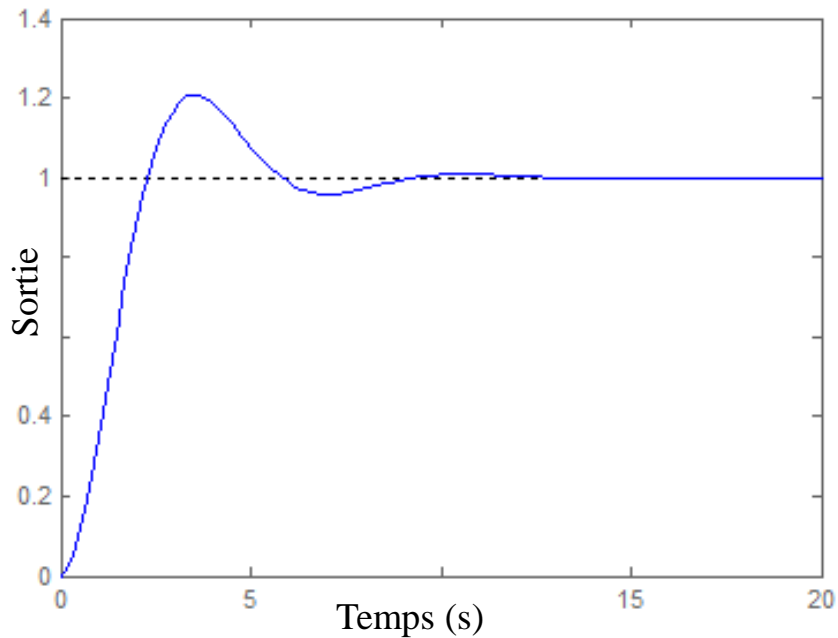
Alaa Hijazi

↳ Objectif général

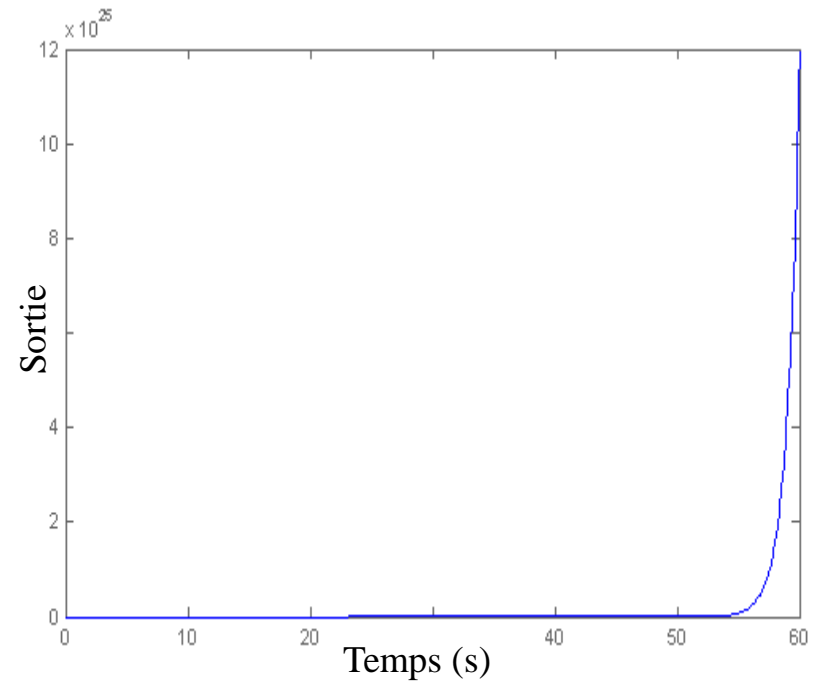
- Définir la notion de la stabilité
- Analyse de stabilité d'une fonction de transfert
- Stabilité des systèmes asservis

Stabilité

- **Stabilité : Un système est dit stable si pour une entrée bornée, la sortie reste bornée**



Systeme stable



Systeme instable

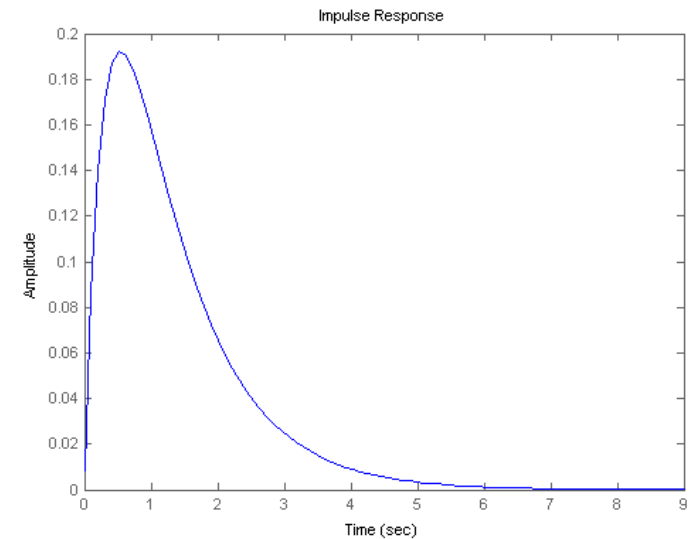
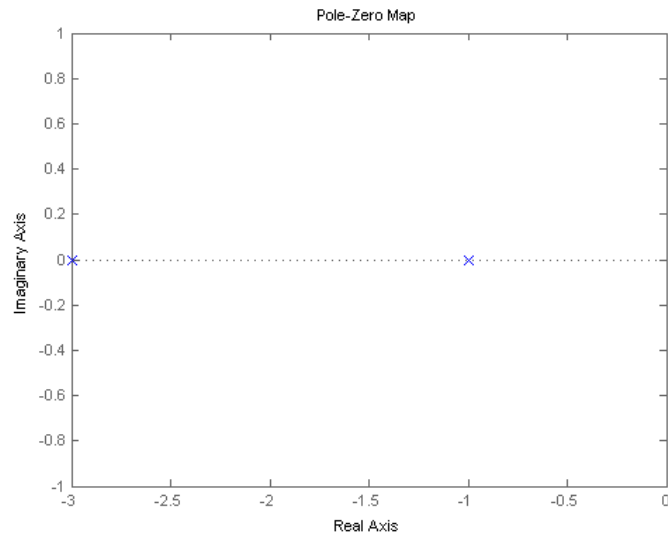
↳ Condition de stabilité

- **Domaine temporelle** : Un système est stable si sa réponse impulsionnel tend vers zéro quand le temps tend vers l'infini.
- **Domaine fréquentielle** : Un système est stable si **les pôles** de sa fonction de transfert sont à **parties réels strictement négatives**



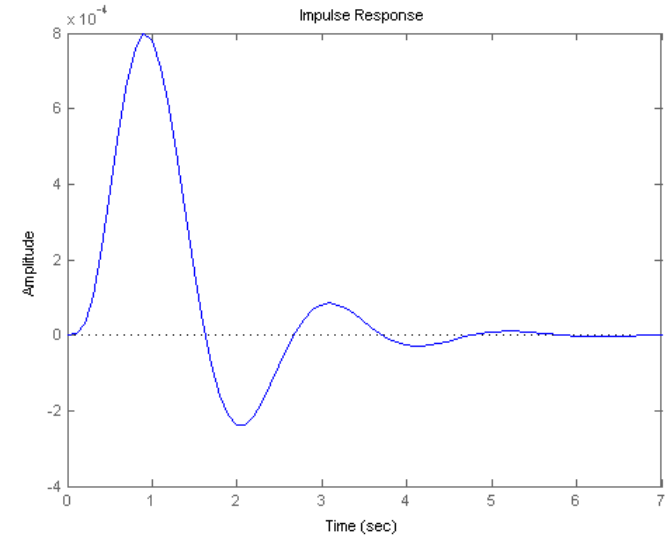
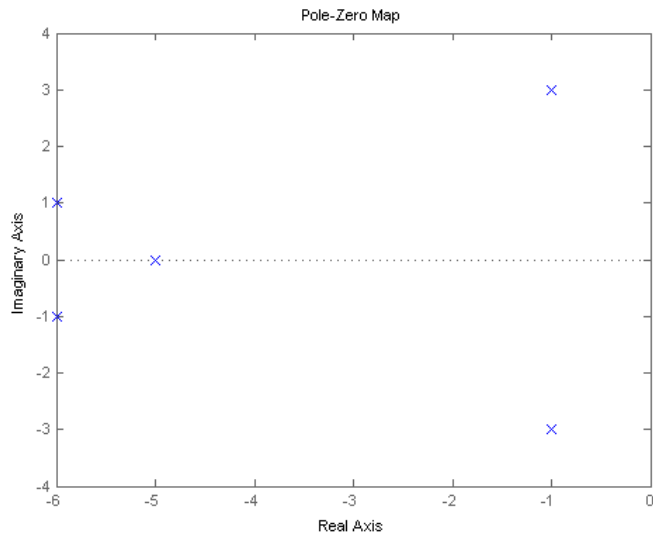
$$F(p) = \frac{\text{num}(p)}{\text{den}(p)} = \frac{\text{num}(p)}{\prod_{i=1}^m (p - p_i)}$$

Influence de la position des pôles dans le plan complexe



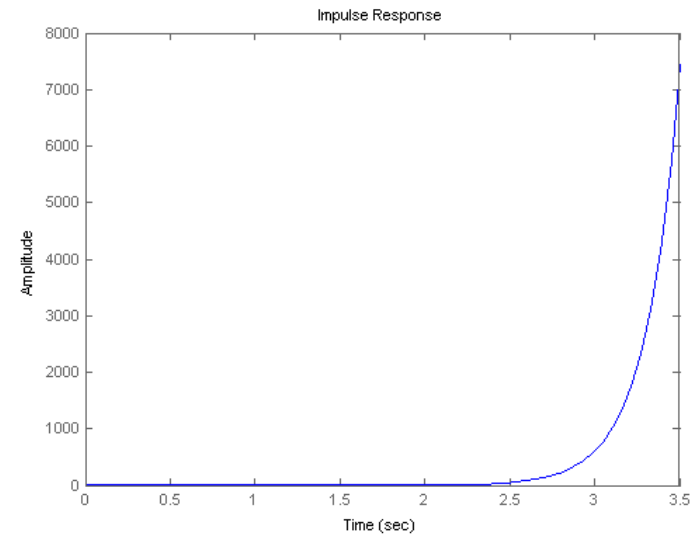
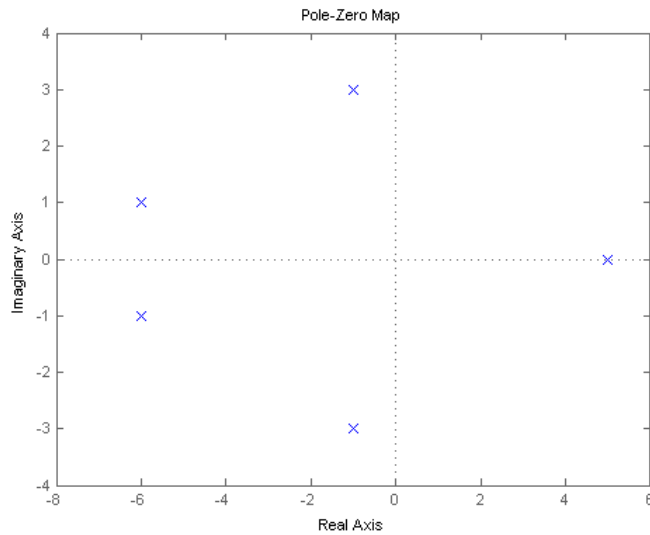
Stabilité asymptotique apériodique

Influence de la position des pôles dans le plan complexe



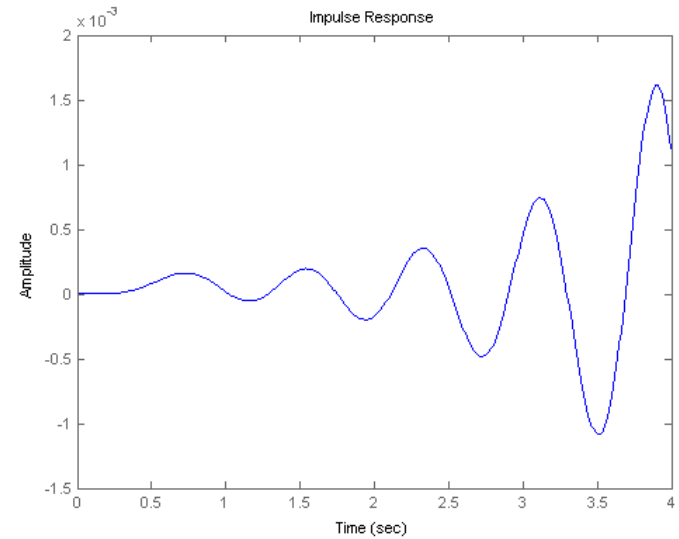
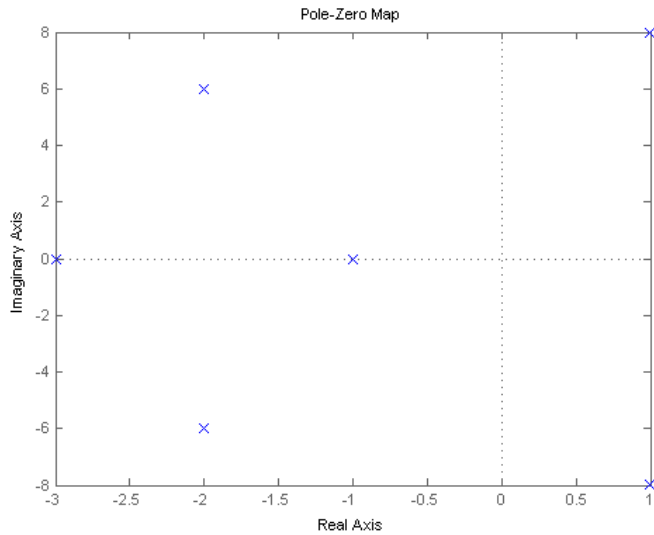
Stabilité asymptotique périodique

Influence de la position des pôles dans le plan complexe



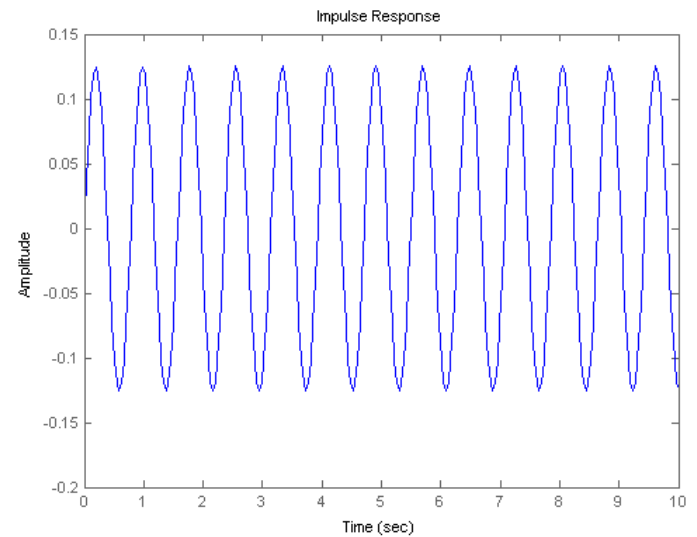
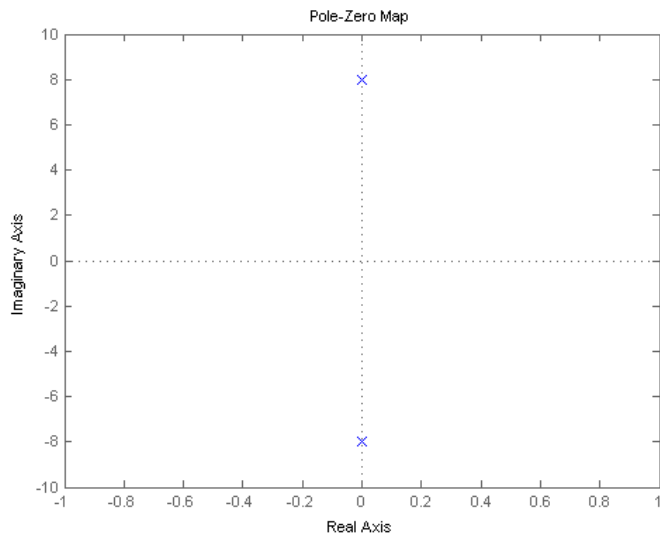
Instabilité aperiodique

Influence de la position des pôles dans le plan complexe



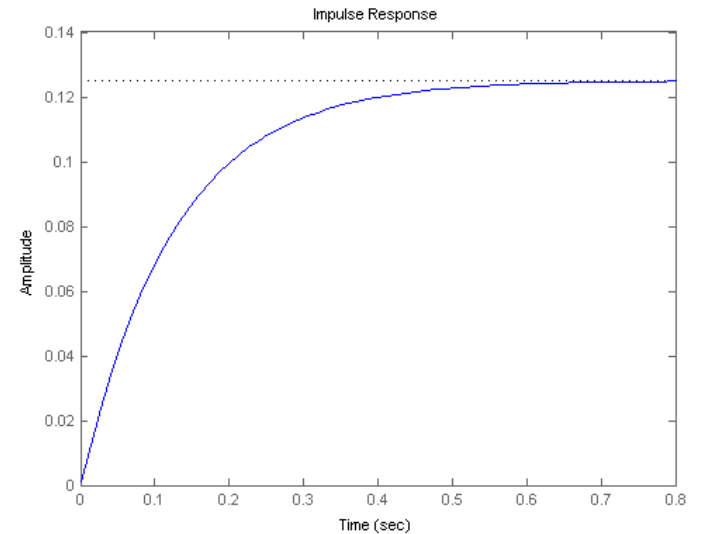
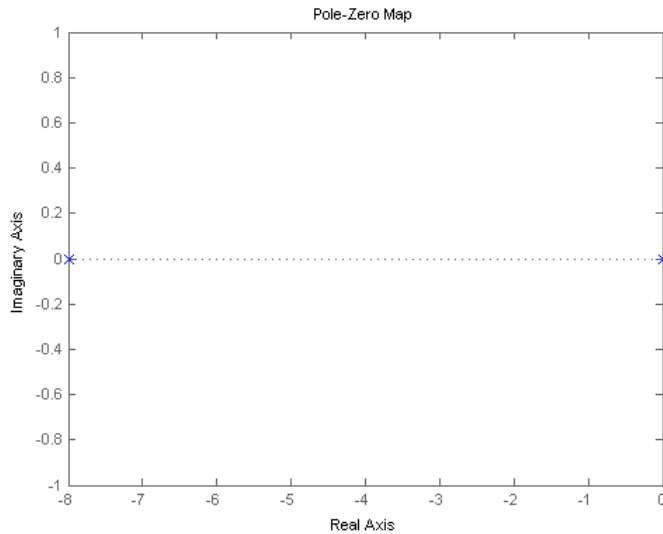
Instabilité périodique

Influence de la position des pôles dans le plan complexe

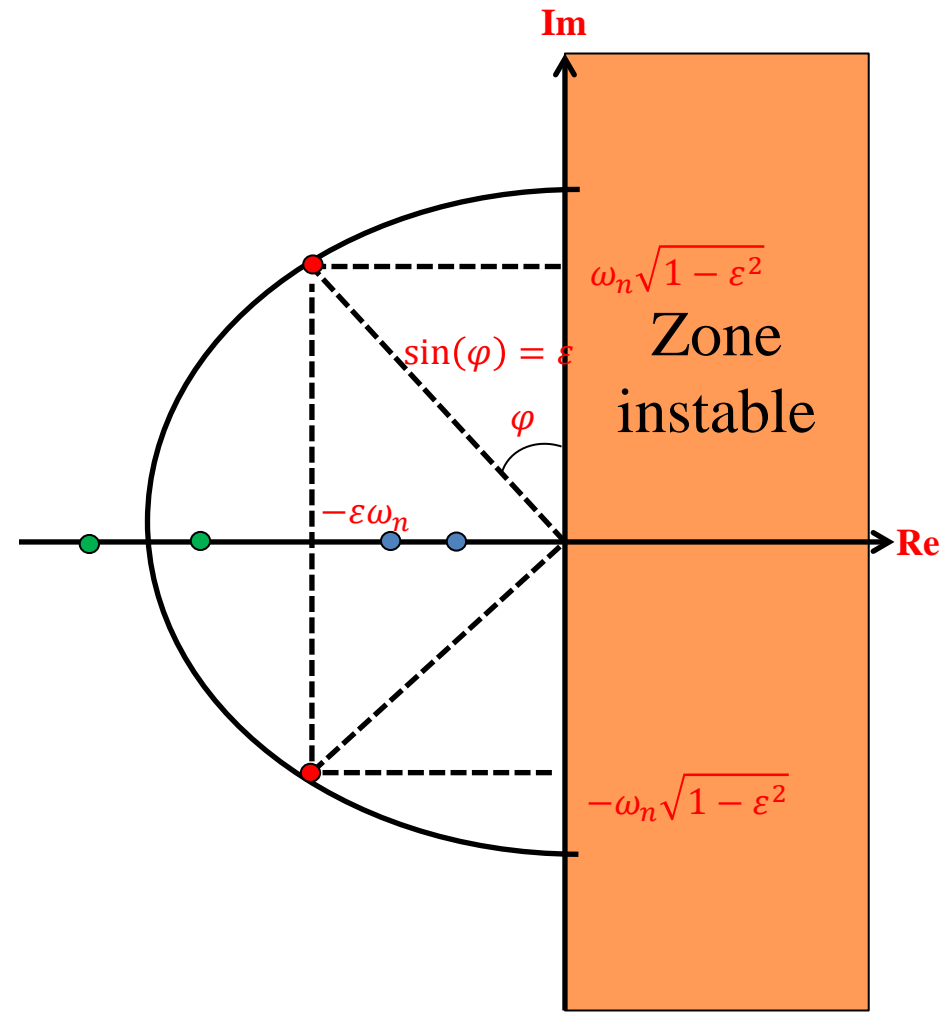
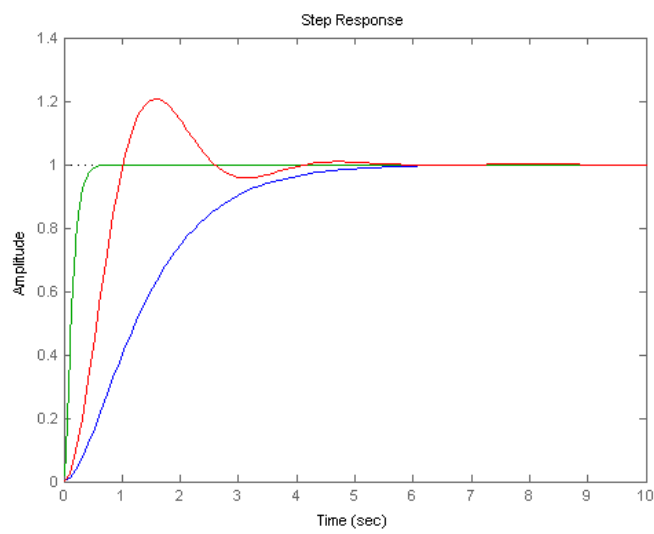


Oscillatoire

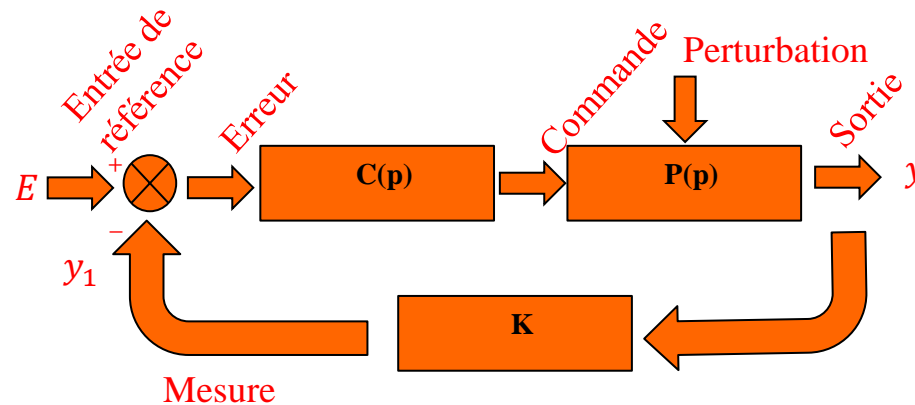
Influence de la position des pôles dans le plan complexe



Astatique



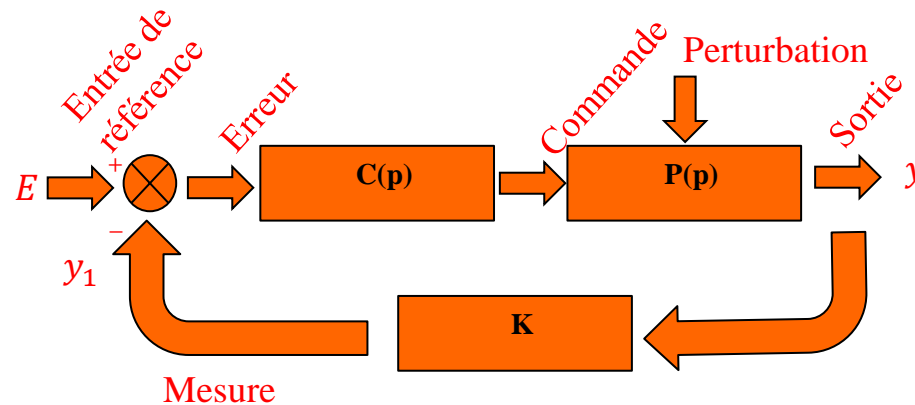
- ↳ Condition de stabilité en boucle fermée connaissant la fonction de transfert en boucle ouverte



$$FTBF \text{ (fonction de transfert de boucle fermée, } \frac{y}{E} \text{)} = \frac{CD}{1 + FTBO}$$

Les racines de la fonction $1 + FTBO$ devront être à partie réel négative

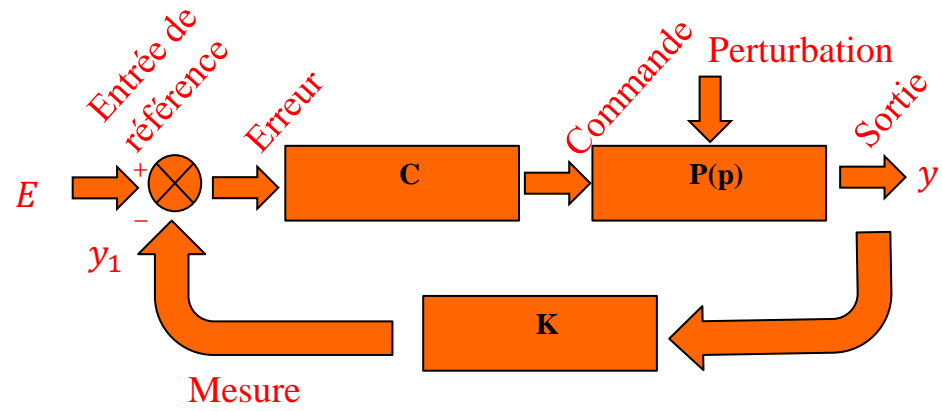
- ↳ Condition de stabilité en boucle fermée connaissant la fonction de transfert en boucle ouverte



$$FTBF \text{ (fonction de transfert de boucle fermée, } \frac{y}{E} \text{)} = \frac{CD}{1 + FTBO}$$

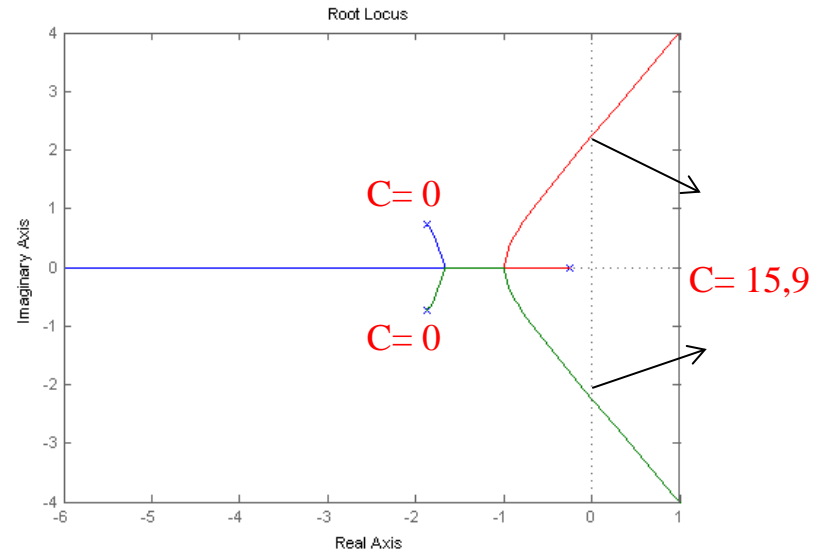
Les racines de la fonction $1 + FTBO$ devront être à partie réel négative

Lieu de Evans



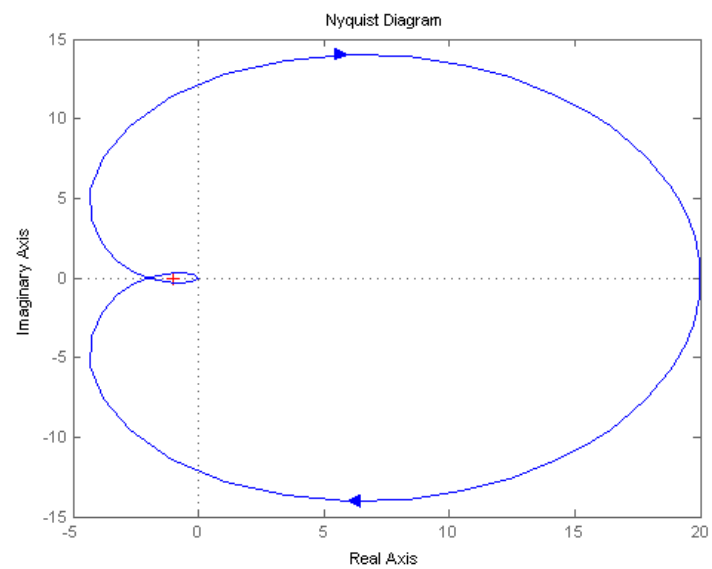
$$h = \frac{1}{s^3 + 4s^2 + 5s + 1}$$

$h = \text{tf}([1], [1 \ 4 \ 5 \ 1]);$
 $\text{rlocus}(h)$



↳ Critère de Nyquist

- Un système asservi, de fonction de transfert en boucle ouverte $Hbo(p)$, **est stable si et seulement si** son lieu de transfert, décrit dans le sens de W croissant, entoure dans le sens trigonométrique le point -1 autant de fois (m) que la fonction de transfert $1+Hbo(p)$ contient des pôles **à partie réelle positives (p)**.



$$h = \frac{K}{(s + 1)(s + 2)(s + 3)}$$

Pour $K = 20$

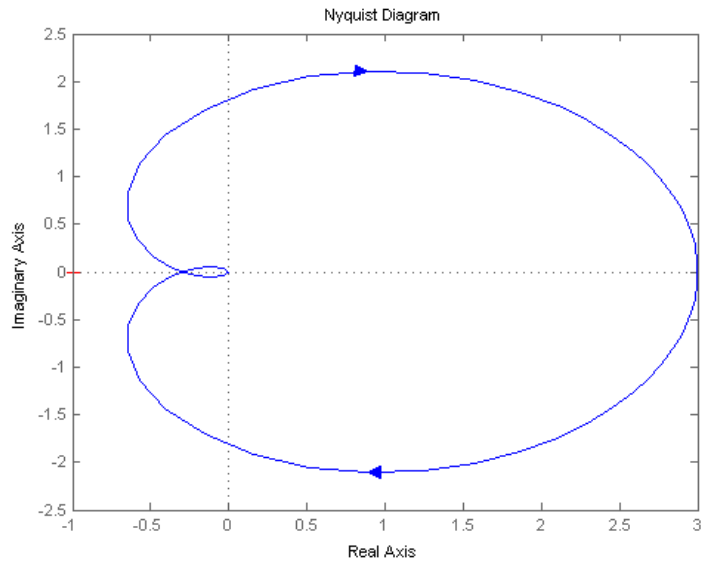
$$p = 0$$

$$m = 2$$

Unstable

↳ Critère de Nyquist

- Un système asservi, de fonction de transfert en boucle ouverte $Hbo(p)$, **est stable si et seulement si** son lieu de transfert, décrit dans le sens de W croissant, entoure dans le sens trigonométrique le point -1 autant de fois (m) que la fonction de transfert $1+Hbo(p)$ contient des pôles **à partie réelle positives (p)**.



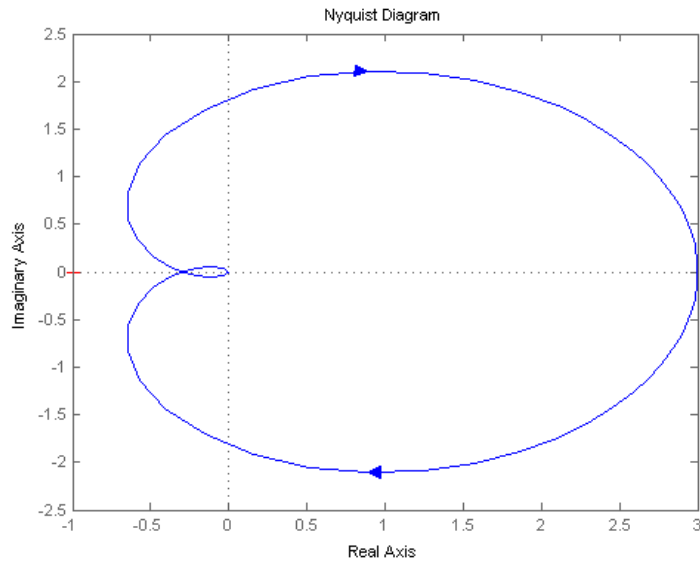
Stable

$$h = \frac{K}{(s + 1)(s + 2)(s + 3)}$$

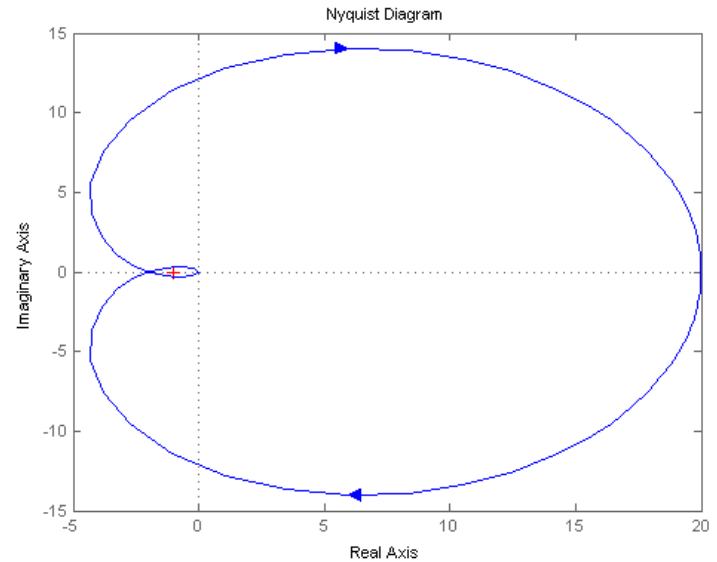
Pour $K=3$
 $p = 0$
 $m = 0$

↳ Critère de Revers

- Pour les systèmes stables en boucle ouverte, Un système asservi est stable en boucle fermée si, et seulement si, en décrivant le diagramme de Nyquist en boucle ouverte dans le sens des fréquences croissantes, on laisse le point $(-1, j0)$ à sa gauche



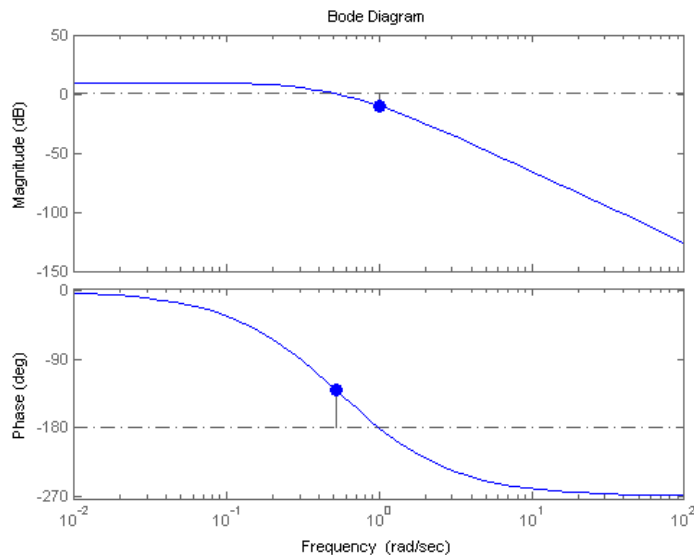
Stable



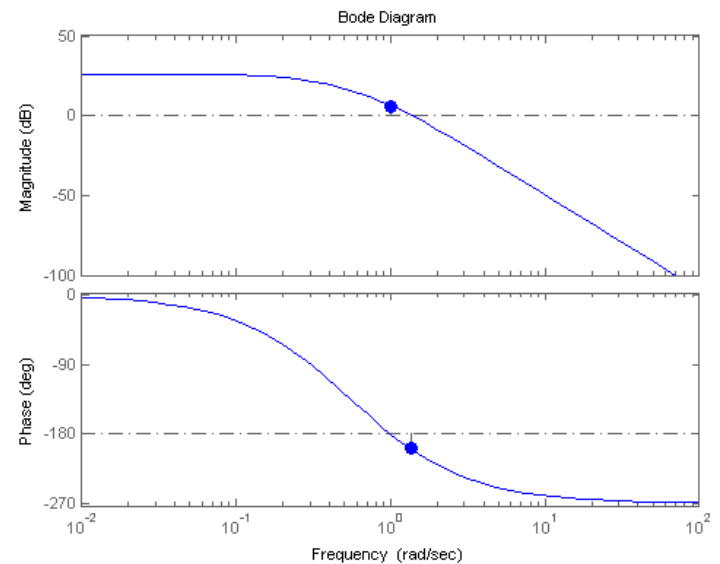
Unstable

↳ Critère de Bode

- Un système asservi est stable en boucle fermée si, et seulement si, à la pulsation à laquelle le diagramme d'amplitude de sa fonction de transfert en boucle ouverte franchit la ligne 0 dB, le diagramme de phase en boucle ouverte se trouve au dessus de 180°.



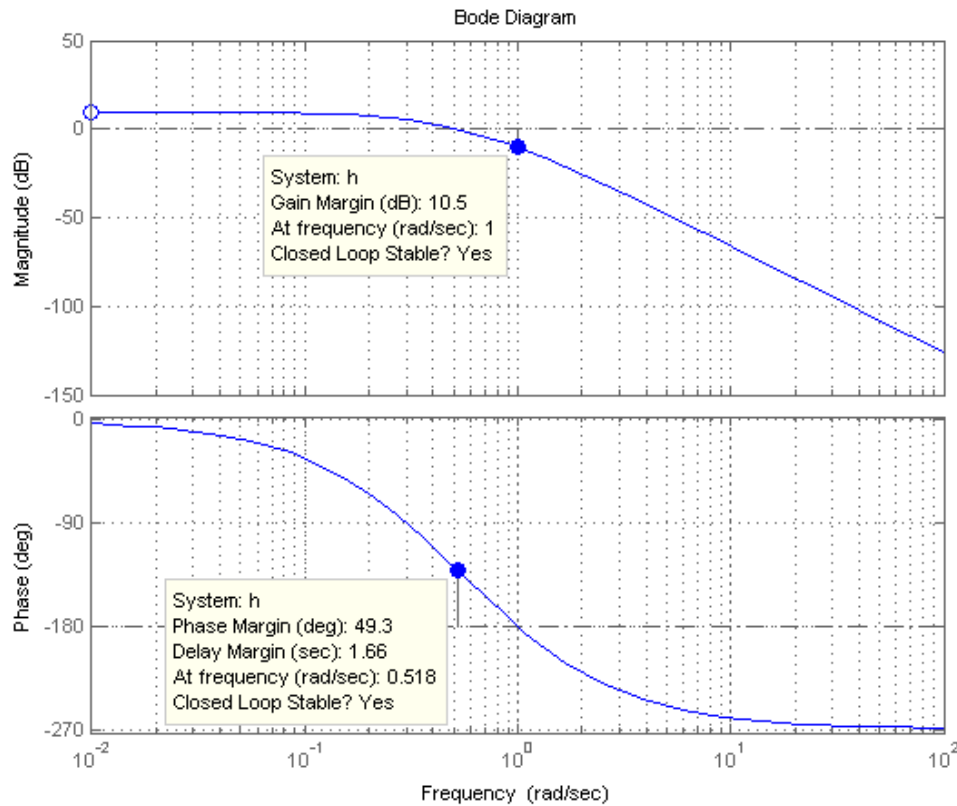
Stable



Unstable

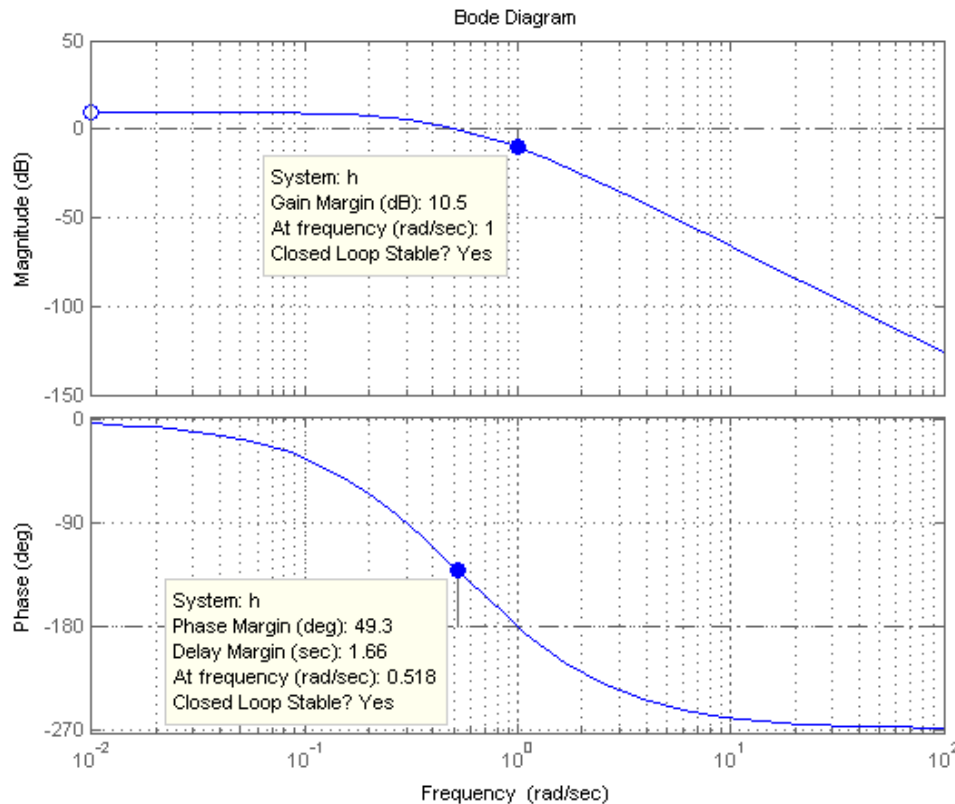
Marge de phase

- La quantité de phase que l'on peut ajouter dans la fonction de transfert en boucle ouverte avant de déstabiliser le système



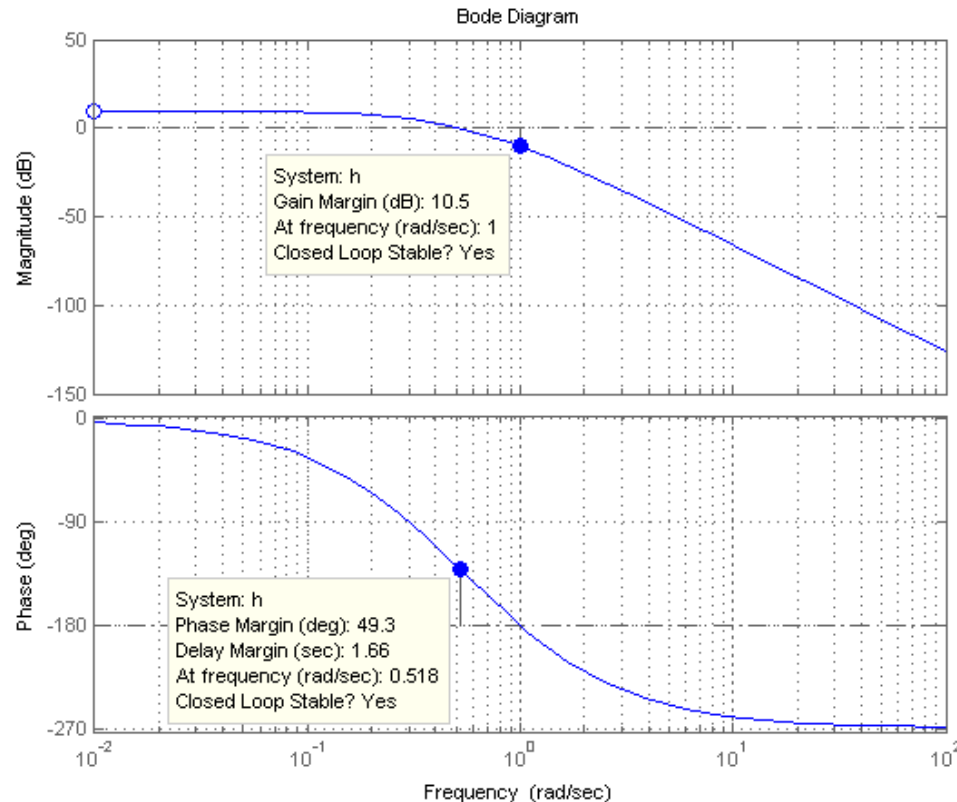
Marge de gain

- La quantité de gain que l'on peut ajouter dans la fonction de transfert en boucle ouverte avant de déstabiliser le système



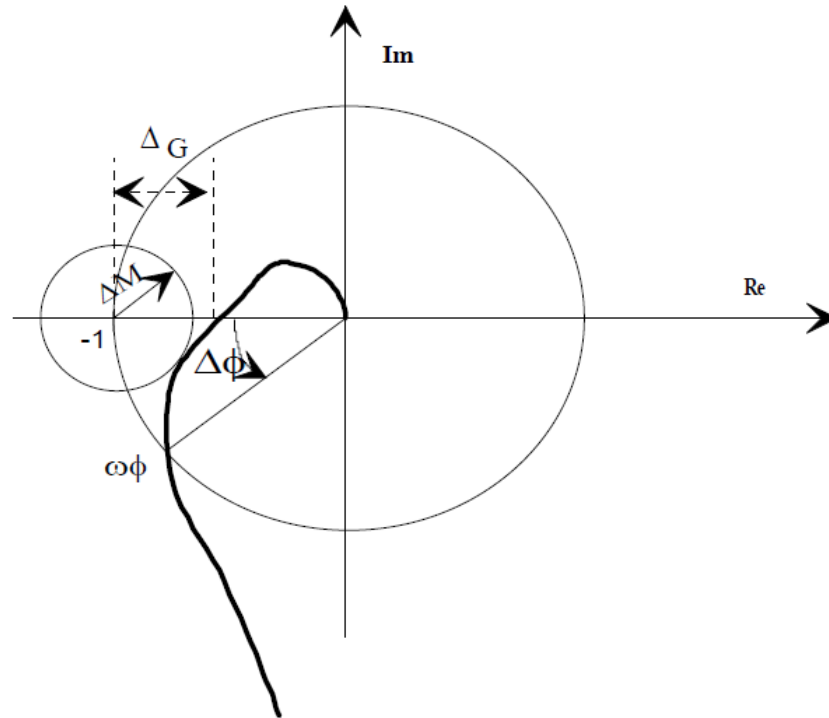
↳ Marge de retard

- La quantité de retard que l'on peut ajouter dans la fonction de transfert en boucle ouverte avant de déstabiliser le système
- La marge de retard est égale à la marge de phase sur la fréquence (en rd) pour laquelle le gain égale à 0 db



↳ Marge de module

- Plus contraignant que la marge de gain



↳ Un système est dit robuste si :

- La marge de phase supérieur à 30°
- La marge de gain supérieur à 0.5
- La marge de retard supérieur à la moitié de la constante de temps principale du système
- La marge de module supérieur à 0.5